Aplicații ale mulțimilor subtile în ingineria valorii

Pentru a aplica mulțimile subtile în ingineria valorii, este necesar să se precizeze principalele elemente ale unei probleme de ingineria valorii. Concepția modelării ingineriei valorii trebuie adaptată la metodele provenite din teoria utilității şi teoria mulțimilor vagi. Ținând seama de actualele tendințe în modelare, ne propunem să folosim, de asemenea, mulțimile subtile care prezintă avantajul operării într-o concepție unitară cu mărimile deterministe, fuzzy şi aleatoare. De asemenea, având în vedere puternicele analogii dintre biologie şi tehnică (evidențiate în cadrul bionicii), vom folosi, în unele cazuri, termeni sau exemple din primul domeniu ştiințific menționat.

Fie m funcții (criterii de funcționalitate, abilități) şi n repere (organe, ansamble). Fiecare funcție i $\in \overline{1,m}$ este îndeplinită de reperul j $\in \overline{1,n}$ cu un grad de apartenență μ_{ij}^0 (al funcției i la proprietatea de a fi îndeplinită de către reperul j, evaluarea efectuându–se de către observatorul o). Unele funcții pot reprezenta multifuncționalități obținute prin „grupe” de „repere” .

Se obține astfel o mulțime subtilă S_0^F (F- funcția, o- observatorul) în formă fuzzy:

$$S_o^F = \begin{Bmatrix} f_1, & f_2, ..., & f_n \\ \mu_{11}^0 & \mu_{12}^0, \cdots, \mu_{1n}^0 \\ \mu_{21}^0 & \mu_{22}^0, \cdots, \mu_{2n}^0 \\ \cdots\cdots\cdots & \\ \mu_{m1}^0 & \mu_{m2}^0, \cdots, \nu_{mn}^0 \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

μ_{ij} Є. $[0,1]$ sau sub formă probabilistă:

$$S_o^P = \begin{Bmatrix} f_1, & f_2, ..., & f_n \\ p_{11}^0 & p_{12}^0, \cdots, p_{1n}^0 \\ p_{21}^0 & p_{22}^0, \cdots, p_{2n}^0 \\ \cdots\cdots\cdots & \\ p_{m1}^0 & p_{m2}^0, \cdots, p_{mn}^0 \end{Bmatrix} \qquad (2)$$

în care: P_{ij}^0 = probabilitatea ca funcția f_j ($j \in \overline{1.n}$) să fie îndeplinită de reperul R_i, i $\in \overline{1,m}$ 1,m, apreciată de observatorul O.

Cea mai simplă formă este cea *deterministă*, adică:

$$S_o^D = \begin{Bmatrix} f_1, f_2, ..., f_n \\ b_{11}^0, b_{12}^0, ..., b_{1n}^0 \\ b_{21}^0, b_{22}^0, ..., b_{2n}^0 \\ .... \\ b_{m1}^0, b_{m2}^0, ..., b_{mn}^0 \end{Bmatrix} \qquad (3)$$

în care: b_{ij}^0 = variabilă booleană definită astfel:

$$b_{ij}^0 = \begin{cases} \text{0, dacă observatorul „O” consideră că reperul } R_i \text{ nu îndeplineşte (respectiv nici nu este nevoie să îndeplinească) funcția fj} \\ \text{1, dacă observatorul „O” consideră că reperul Ri îndeplineşte (respectiv \textit{trebuie} să îndeplinească) funcția fj} \end{cases}$$

De asemenea, pot fi folosite forme mai complicate, denumite *hibride*, în care matricile (1), (2) sau (3) devin hipermatrici. Un exemplu de hipermatrice hibridă se obține în cazul în care se urmăreşte unificarea într-un singur model a caracterului fuzzy şi probabilist al mărimilor care intervin în proiectare atunci când se foloseşte teoria ingineriei valorii. Se obține o mulțime subtilă hibridă de forma:

$$S_o^H = \begin{Bmatrix} f_1, & f_2, ..., & f_n \\ H_{11}^0, H_{12}^0, ..., H_{1n}^0 \\ H_{21}^0, H_{22}^0, ..., H_{2n}^0 \\ .... \\ H_{m1}^0, H_{m2}^0, ..., H_{mn}^0 \end{Bmatrix} \qquad (4)$$

în care H_{ij}^0 reprezintă o variabilă aleatoare cu repartiție normală a cărei medie este μ_{ij}^0 şi abatere medie pătratică σ_{ij}^0.

Observatorul o este unul dintre „actorii” interesați[1] în problema proiectării/reproiectării unei funcții şi anume:

[1] În literatura de specialitate anglo-saxonă se foloseşte termenul „stakeholder”

utilizatorul final, proiectantul, executantul, statul ş.a. În unele cazuri se poate dezagrega un "actor" în doi sau chiar mai mulţi "actori". De exemplu, executantul poate fi dezagregat în: patron (ca om de afaceri), manager tehnic (maistru) şi muncitor. Fiecare "actor" are obiective diferite şi evaluează în felul său parametrii care intervin în mulţimile subtile (probabilităţi, grade de apartenenţă, medii etc.).

Teoria mulţimilor subtile impune aplicarea cu criterii antitetice. În cazul ingineriei valorii, funcţiile antitetice sunt *disfuncţiile* (disabilităţile) f_j ($j=\overline{1,n}$). În cazul în care actualele cunoştinţe nu permit găsirea unei funcţii antitetice, se admite provizoriu că există o funcţie fictivă cu această proprietate. În cazul funcţiilor fictive, gradele de apartenenţă vor fi = 0. În acest mod, la fiecare mulţime subtilă S_o se poate asocia mulţimea subtilă opusă (antitetică) $\overline{S_o}$. Se obţin astfel următoarele mulţimi subtile antitetice:

& mulţimea subtilă a disfuncţiilor sub formă fuzzy:

$$S_0^F = \begin{Bmatrix} \overline{f}_1, & \overline{f_2},..., & \overline{f_n} \\ 1-\mu_{11}^0, 1-\mu_{12}^0,...,1-\mu_{1n}^0 \\ 1-\mu_{21}^0, 1-\mu_{22}^0,...,1-\mu_{2n}^0 \\ .... \\ b_{m1}^0, 1-\mu_{m2}^0,...,1- \quad \mu_{mn}^0 \end{Bmatrix} \tag{5}$$

& mulţimea subtilă a disfuncţiilor sub formă probabilistă:

$$\overline{S_o^P} = \begin{Bmatrix} \overline{f}_1, & \overline{f_2},..., & \overline{f_n} \\ 1-p_{11}^0, 1-p_{12}^0,...,1-p_{1n}^0 \\ 1-p_{21}^0, 1-p_{22}^0,...,1-p_{2n}^0 \\ .... \\ 1-p_{m1}^0, b_{m2}^0,...,1-p_{mn}^0 \end{Bmatrix} \tag{6}$$

& mulţimea subtilă a disfuncţiilor sub formă deterministă:

$$\overline{S_o^D} = \begin{Bmatrix} \overline{f}_1, & \overline{f}_2,..., & \overline{f_n} \\ 1-b_{11}^0, 1-b_{12}^0,...,1-b_{1n}^0 \\ 1-b_{21}^0, 1-b_{22}^0,...,1-b_{2n}^0 \\ .... \\ 1-b_{m1}^0, 1-b_{m2}^0,...,1-b_{mn}^0 \end{Bmatrix} \tag{7}$$

& mulţimea subtilă a disfuncţiilor sub formă hibridă:

$$\overline{S_o^H} \begin{Bmatrix} \overline{f}_1, \ \overline{f}_2,..., \ \overline{f_n} \\ \overline{H}_{11}^0, \overline{H}_{12}^0,..., \overline{H}_{1n}^0 \\ \overline{H}_{21}^0, \overline{H}_{22}^0,..., \overline{H}_{2n}^0 \\ .... \\ \overline{H}_{m1}^0, \overline{H}_{m2}^0,..., \overline{H}_{mn}^0 \end{Bmatrix} \tag{8}$$

în care $\overline{H_{ij}}$ reprezintă o variabilă aleatoare cu repartiţie normală a cărei medie este $1-\mu_{ij}^o$, iar abaterea medie pătratică este σ_{ij}^o.

O problemă foarte delicată teoretic, dar cu implicaţii benefice din punctul de vedere al stimulării unor descoperiri neaşteptate până în prezent, o constituie aplicarea principiului *dualităţii*, foarte bine cunoscut în matematică şi filosofie. Potrivit acestui principiu se poate admite că, dacă mulţimile subtile $S_0^F, S_0^P, S_0^D, S_0^H$ sunt considerate ***primale*** schimbând „reperele" cu „funcţiile" şi invers, se obţin noi mulţimi subtile $S_o^{*F}, S_0^{*P}, S_0^{*D}, S_0^{*H}$, denumite ***duale***. În consecinţă, prin aplicarea *principiului dualităţii* rezultă următoarele mulţimi subtile duale:

& mulţimea subtilă duală sub formă fuzzy:

$$S_0^{*F} = \begin{Bmatrix} R_1, R_2,..., \ R_m \\ \chi_{11}^0, \chi_{12}^0,..., \chi_{1n}^0 \\ \chi_{21}^0, \chi_{22}^0,..., \chi_{2n}^0 \\ .... \\ \chi_{m1}^0, \chi_{m2}^0,..., \chi_{mn}^0 \end{Bmatrix} \tag{9}$$

cu proprietatea că:

$$x_{ij}^o = \mu_{ji}^0 \tag{10}$$

ceea ce înseamnă că, datorită dualităţii, în matricea dată de relaţia (1) se schimbă liniile cu coloanele.

& mulţimea subtilă duală sub formă probabilistă:

$$S_0^{*P} = \begin{Bmatrix} R_1, R_2,..., R_m \\ q_{11}^0, q_{12}^0,..., q_{1n}^0 \\ q_{21}^0, q_{22}^0,..., q_{2n}^0 \\ .... \\ q_{m1}^0, q_{m2}^0,..., q_{mn}^0 \end{Bmatrix} \tag{11}$$

unde, în mod analog: $q_{ij}^0 = p_{ji}^0$ (12)

& mulțimea subtilă duală sub formă deterministă:

$$S_0^{*D} = \left\{ \begin{matrix} R_1, R_2, \ldots, R_m \\ G_{11}^0, G_{12}^0, \ldots, G_{1n}^0 \\ G_{21}^0, G_{22}^0, \ldots, G_{2n}^0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ G_{m1}^0, G_{m2}^0, \ldots, G_{mn}^0 \end{matrix} \right\} \qquad (13)$$

unde, în mod analog $c_{ij}^0 = b_{ji}^0$ (14)

& mulțimea subtilă duală sub formă hibridă:

$$S_0^h = \left\{ \begin{matrix} R_1, R_2, \ldots, R_m \\ I_{11}^0, I_{12}^0, \ldots, I_{1n}^0 \\ I_{21}^0, I_{22}^0, \ldots, I_{2n}^0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ I_{m1}^0, I_{m2}^0, \ldots, I_{mn}^0 \end{matrix} \right\} \qquad (15)$$

unde, în mod analog $I_{ij}^0 = H_{ji}^0$ (16)

Problema cea mai dificilă este construirea mulțimilor subtile duale antitetice. Aceasta din cauză că actualele cunoștințe tehnice și chiar biologice ne permit în cazuri foarte rare să găsim exemple de „repere antitetice". Iată câteva exemple de astfel de rarități:

- ☆ în construcțiile de drumuri: „rambleu" cu antiteticul "debleu";
- ☆ în domeniul izolațiilor: „repere din materiale izolatoare", versus „repere din materiale conducătoare";
- ☆ în domeniul lucrărilor de terasamente: „groapă" versus „dâmb" (tip Yin – Yang = gol – plin);
- ☆ în domeniul opticii: microscop – telescop etc.
- ☆ în biologie organele care diferențiază sexele sunt de tip Yin – Yang.

Având în vedere perspectivele pe care le poate deschide inventicii căutarea „reperelor antitetice", considerăm că, dacă în prezent nu se dispune de cunoștințele necesare definirii majorității reperelor „antitetice", se poate recurge la considerarea unor „repere antitetice fictive". Ca și în cazul „funcțiilor fictive", pentru „reperele fictive" corespund grade de apartenență egale cu 0. În consecință, se pot defini mulțimile subtile duale antitetice $\overline{S_0^{*F}}, \overline{S_0^{*P}}, \overline{S_0^{*D}}, \overline{S_0^{*H}}$, care la momentul inițial vor avea multe grade de apartenență 0 sau 1 (mulțimea $\overline{S_0^{*D}}$ va avea prin însăși natura ei parametrii definitorii sau 0 sau 1). Pe măsură ce se vor face descoperiri (eventual prin ședințele de brainstorming, inovații, invenții etc.), în mulțimile $\overline{S_O^{*F}}$, $\overline{S_O^{*P}}, \overline{S_O^{*D}}$ $\overline{S_O^{*H}}$, se vor înmulți parametrii definitorii cu niveluri subunitare.

Cu acest artificiu se poate afirma că transformarea T a unei mulțimi subtile primale în mulțime subtilă duală și transformarea τ a unei mulțimi subtile date în mulțime subtilă antitetică au proprietăți cerute unui *functor* și satisfac condițiile unei tetraleme, așa cum se arată în figura de mai jos.

Aceasta se întâmplă deoarece:

$$\overline{S_O^{*F}} = \left(\overline{S_o^F}\right)^* ; \overline{S_O^{*P}} = \left(\overline{S_O^P}\right)^* ; \overline{S_O^{*D}} = \left(\overline{S_O^D}\right)^* \quad \text{și}$$

$$\overline{S_o^{*H}} = \left(\overline{S_O^H}\right)^* \qquad (17)$$

$$\begin{tikzcd}
S_O^F, S_O^P, S_O^D, S_O^H \arrow[rr, "T"] \arrow[d, "\tau"] \arrow[drr, "T \circ \tau"] & & S_O^{*F}, S_O^{*P}, S_O^{*D}, S_O^H \arrow[d, "\tau"] \\
\overline{S_O^F}, \overline{S_O^P}, \overline{S_O^D}, \overline{S_O^H} \arrow[rr, "T"] & & \overline{S_O^{*F}}, \overline{S_O^{*P}}, \overline{S_O^{*D}}, \overline{S_O^{*H}}
\end{tikzcd}$$

Această proprietate face ca, în cazul compunerii succesiunilor impuse transformărilor T și τ să poată fi schimbată ordinea fără a influența rezultatele:

$$T \circ \tau = \tau \circ T \qquad (18)$$

Pentru a defini o *soluție posibilă* a unei probleme de ingineria valorii, se consideră una sau mai multe funcții pe care le urmărește utilizatorul final, precum și restricțiile care trebuie satisfăcute (de natură tehnică, ecologică, psihologică etc.).

În continuare se impun restricțiile de costuri. În acest sens se estimează raportul dintre utilitatea reperelor care satisfac atât funcțiile cerute, cât și restricțiile și se raportează la costul total. În continuare, prezentăm procedura de selectare a reperelor unei soluții în mod amănunțit.

Dacă s-ar considera numai o funcție f_j, care este satisfăcută de un reper R_i cu grad de îndeplinire μ_{ij}^{o}, atunci ar fi necesar să se verifice mai întâi restricțiile de forma:

$$\mu_{ij}^{o} \geq \mu_{aj} \qquad (19)$$

unde: $\mu_{aj} =$ grad de satisfacție admisibil prevăzut în norme pentru funcția f_j.

Dintre cele m repere se selectează numai cele care satisfac restricția (19). Se obțin m_j repere ($m_j \leq m$). Se notează MR_j mulțimea reperelor selecționate pentru satisfacerea funcției j.

Dacă sunt n funcții care trebuie satisfăcute, atunci, aplicând procedura de selecție descrisă mai sus, se obțin n mulțimi: MR_1, MR_2, ..., MR_n. Mulțimea MR^x a reperelor care satisfac simultan toate funcțiile din punctul de vedere al normelor în vigoare este:

$$MR^x = MR_1 \quad MR_2 \in \quad MR_n \qquad (20)$$

Pentru fiecare reper Ri $\in$ MR^x se calculează gradul de apartenență global μ_{gi}^{o} la proprietatea de a satisface simultan cele n funcții (cel puțin în gradul de satisfacție μ_{aj}, $j \in \overline{1,n}$), cu ajutorul relației:

$$\mu_{gi}^{o} = \prod_{j=1}^{n} \mu_{ij}^{o\,\alpha j} \qquad (21)$$

$\alpha_j =$ exponenți care se determină prin aprecierea experților, după importanța funcției (dacă o funcție nu este necesară, $\alpha_j = 0$, dacă are maximum de utilitate, atunci $\alpha_j = 1$).

Evaluând costul c_i al reperului i se poate obține un indicator de eficiență globală al reperului Ri, de forma:

$$EG_i^{o} = \frac{\mu_{gi}^{o}}{C_i} \qquad (22)$$

Se alege: Max $EG_i^{o}\ i / R_i \in MR^x$

Mult mai relevantă este eficiența globală EGD_i^{o} calculată cu ajutorul discrepanței Δ_i^{o} dintre gradul de apartenență global al funcției μ_{gi}^{o} și cel al disfuncției $\overline{\mu_{gi}^{o}}$ (folosind mulțimea subtilă antitetică), adică:

$$\Delta_i^{o} = \mu_{gi}^{o} - \overline{\mu_{gi}^{o}} \qquad (23)$$

$\Delta_i^{o} \in [-1,1];\ \mu_{gi}^{o} \in [0,1],\ \overline{\mu_{gi}^{o}} \in [0,1]$ de unde:

$$EGD_i^{o} = \frac{\Delta_i^{o}}{C_i},\ R_i \in MR^x \qquad (24)$$

Se alege Max $EGD_i^{o}, i / R_i \in MR^x$

Cel mai important observator este utilizatorul final. Pentru a lua în calcul și interesele statului, se estimează, de asemenea, profitul și se calculează impozitul, dar trebuie să se țină seama de restricțiile de mediu, ceea ce poate schimba selecția dată inițial de relația (19).

În concluzie, utilizarea mulțimilor subtile în ingineria valorii implică transdisciplinaritate, adică utilizarea mai multor domenii științifice: filosofie, matematică, logică, tehnică, economie, biologie, lingvistică (logos) etc. Toate disciplinele care cooperează se îmbogățesc. Mai mult decât atât, prin aplicații repetate pe timp îndelungat, toate acestea *evoluează în mod pozitiv*.

Prof. univ. dr. ing. Marcel STOICA
Prof. univ. dr. ing. Ion IONIȚĂ

Bibliografie

1	BELOUS, V.	*Manualul inventatorului. Sinteză creativă în tehnică*, București, Editura Tehnică, 1990
2	STOICA, M.	*Mulțimi subtile în economie* În: „Studii și Cercetări de Calcul Economic și Cibernetică Economică”, nr. 4/2002, București, Editura ASE