# Modele Fuzzy pentru fundamentarea deciziilor multicriteriale

**Introducere**

Se poate afirma, fără a exagera, că cele mai multe procese decizionale şi situaţii în care este necesară rezolvarea unei probleme reale sunt atât de complexe, încât nu pot fi abordate prin metode cantitative. Cu toate acestea, oamenii reuşesc să rezolve cele mai multe din aceste probleme prin utilizarea cunoştinţelor lor care sunt mai mult imprecise decât precise. Pornind de la această constatare, încă de la începutul secolului al XX-lea, s-a încercat (Russel şi Whitehead – 1913, Lukasiewicz – 1930, Moisil – 1940, Zadeh – 1965) şi s-a reuşit să se construiască o teorie a mulţimilor fuzzy care poate reprezenta matematic incertitudinea determinată de vaguitate şi poate oferi instrumente formalizate pentru abordarea impreciziei intrinseci multor probleme decizionale. Prin utilizarea mulţimilor fuzzy, cunoştinţele pot fi exprimate mult mai natural şi în acest mod multe probleme tehnice şi decizionale pot fi simplificate semnificativ.

Teoria mulţimilor fuzzy cuprinde logica fuzzy, aritmetica fuzzy, programare matematică fuzzy, topologia fuzzy, teoria grafurilor fuzzy, analiza datelor fuzzy, deşi termenul de logică fuzzy este de cele mai multe ori utilizat pentru a le descrie pe toate.

Prin teoria mulţimilor fuzzy pot fi implementate clase şi grupuri de date ale căror limite nu sunt definite cu precizie. Termeni generali ca „mare”, „mediu”, „mic” pot fi folosiţi pentru a reprezenta fiecare un interval de valori numerice. Logica fuzzy permite suprapunerea acestor mulţimi stratificate, astfel că preţul de 200000 lei al unei cărţi, de exemplu, poate fi clasificat atât în categoria „mare”, cât şi în categoria „medie” cu grade diferite de apartenenţă la fiecare grup sau categorie.

Logica fuzy a început să fie introdusă masiv în tehnologia informaţională abia de la sfârşitul anilor 1980 şi începutul anilor 1990. Ea îşi are originile în logica Booleană şi permite definirea unor variabile logice care pot avea valori intermediare între cele două valori binare 0 şi 1. Deoarece poate opera în mod sistematic cu informaţii aproximative, logica fuzzy este ideală pentru controlul sistemelor neliniare şi pentru modelarea sistemelor complexe, atunci când nu este posibil să se obţină modele exacte. Un sistem fuzzy este de obicei format dintr-o bază de euristici sau reguli, funcţii de apartenenţă şi o procedură de inferenţă. Astăzi, logica fuzzy se regăseşte într-o mare varietate de sisteme de control (controlul proceselor chimice, controlul fabricaţiei etc.) şi în foarte multe bunuri de consum (maşini de spălat, camere video, automobile etc.)

Lucrarea de faţă încearcă să pună în evidenţă importanţa abordării fuzzy în rezolvarea problemelor decizionale.

Procesul decizional presupune evaluarea mai multor variante decizionale în vederea alegerii uneia dintre ele. De cele mai multe ori, evaluarea variantelor decizionale se face pe baza mai multor criterii care pot fi exprimate în unităţi de măsură diferite şi în conflict unele cu altele.

Pentru alegerea variantei decizionale optime este necesară ierarhizarea variantelor decizionale disponibile în raport cu toate criteriile dorite. Dar, în general, o variantă optimă în raport cu un criteriu este suboptimală în raport cu celelalte criterii. De aceea, se caută varianta care realizează cel mai bun compromis pentru toate criteriile.

Există diferite metode de abordare a problemelor decizionale multicriteriale: metoda bazată pe determinarea tuturor soluţiilor eficiente nedominate [21], metode bazate pe conceptul de utilitate [7, 8, 10, 16], metoda programării scop [1, 3, 18], metode care utilizează funcţii de apartenenţă definite de teoria mulţimilor fuzzy [1, 2, 5, 6, 9, 11 – 15, 17 – 25]. În această lucrare se prezintă diferite modalităţi de aplicare a teoriei mulţimilor fuzzy în modelele cu mai multe funcţii obiectiv.

**Trecerea în revistă a celor mai importante rezultate în domeniu**

În [17], Osyczka arată că abordarea multicriterială a problemelor de afaceri poate fi realizată în mod satisfăcător prin modele de programare liniară multicriterială, prin ponderarea diferitelor funcţii obiectiv luate în considerare. Ponderile trebuie să fie determinate de manageri, ceea ce înseamnă că ele vor fi afectate atât de raţionamentul individual al managerilor, cât şi de informaţia de cele mai multe ori incompletă de care dispun managerii. Compararea diferitelor ponderi implică un efort considerabil de calcul, mai ales dacă se utilizează metode bazate pe vectori proprii sau metoda celor mai mici pătrate.

În 1970, în [2], Bellman şi Zadeh propun aplicarea operatorului maxmin şi a metodei de ponderare aditivă simplă care se bazează pe funcţii de apartenenţă definite pe mulţimi fuzzy pentru rezolvarea problemele decizionale multicriteriale. De atunci, au apărut o mulţime de lucrări în care sunt studiate problemele multicriteriale fuzzy, dintre care menţionăm [1, 5, 6, 9, 11 – 15, 17 – 25].

În 1978, Zimmermann [22], a utilizat funcții de apartenență liniare pentru rezolvarea problemelor de programare liniară cu mai multe funcții obiectiv. Lai şi Hwang [11, 12] au propus o tehnică interactivă pentru îmbunătățirea flexibilității şi robusteții modelelor fuzzy pentru problemele decizionale multicriteriale, prin care decidentul îşi poate modifica atât scopurile sale, cât şi toleranțele față de aceste scopuri pentru a obține o soluție satisfăcătoare.

Ideea de bază în modele fuzzy cu mai multe funcții obiectiv este de a construi funcții de apartenență prin care se transformă indicatorii care reprezintă diferite criterii, într-o mărime care poate fi, în mod adecvat, comparată şi combinată pentru obținerea unui criteriu global.

Funcțiile de apartenență pot fi foarte diferite ca formă. Ele depind de criteriul pe care îl descriu. De exemplu, pentru criteriile de maxim, cunoscând pentru fiecare criteriu Yi, limita inferioară $Yi^{min}$ şi limita superioară $Yi^{max}$, funcția de apartenență $\mu(Yi)$ poate fi definită prin relația (1).

$$\mu(Yi)=\begin{cases} 0 \text{ dacă } Yi < Yi^{min} \\ \left(\dfrac{Yi - Yi^{min}}{Yi^{max} - Yi^{min}}\right)^R \text{ dacă } Yi^{min} \le Yi \le Yi^{max} \\ 1 \text{ dacă } Yi > Yi^{max} \end{cases} \qquad (1)$$

În figura 1 este reprezentată grafic funcția de apartenență $\mu(Yi)$ pentru diferite valori ale lui R.

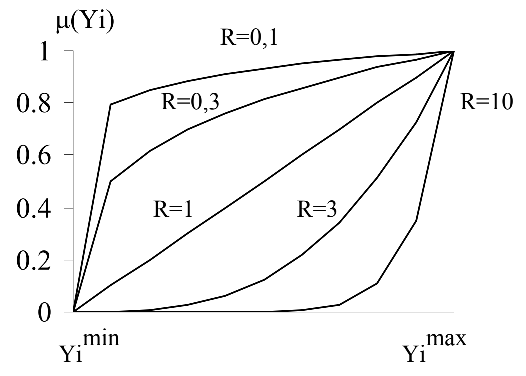


**Figura 1**

Se observă că pentru R<1, $\mu(Yi)$ scade rapid dacă Yi se apropie de $Yi^{min}$, iar pentru R>1, $\mu(Yi)$ creşte rapid dacă Yi se apropie de $Yi^{max}$.

În cazul în care se doreşte atingerea unui anumit nivel $Ci \in [Yi^{min}, Yi^{max}]$, funcția de apartenență $\mu(Yi)$ poate definită prin relația (2).

$$\mu(Yi)=\begin{cases} \left(\dfrac{Yi - Yi^{min}}{Ci - Yi^{min}}\right)^R \text{ dacă } Yi^{min} < Yi < Ci \\ \left(\dfrac{Yi^{max} - Yi}{Yi^{max} - Ci}\right)^R \text{ dacă } Ci \le Yi \le Yi^{max} \\ 0 \text{ dacă } Yi < Yi^{min} \text{ sau } Yi > Yi^{max} \end{cases} \qquad (2)$$

În figura 2 este reprezentată grafic funcția de apartenență $\mu(Yi)$ definită prin (2), pentru diferite valori ale lui R.

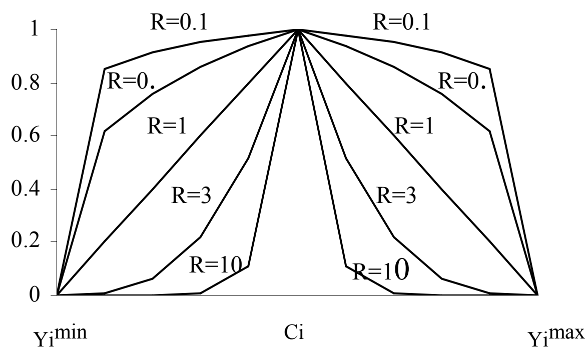


**Figura 2**

Funcțiile de apartenență pot fi utilizate atât în optimizarea multiatribut, cât şi în optimizarea multiobiectiv.

**Utilizarea funcțiilor de apartenență în problemele non-fuzzy cu mai multe funcții obiectiv**

Forma generală a problemei de programare liniară cu mai multe funcții obiectiv:

$$\begin{aligned} &\text{Maximum } F(x) = Cx \\ &\text{cu restricțiile:} \\ &\quad Ax \le b \\ &\quad x \ge 0, \end{aligned} \qquad (3)$$

unde:

x = vector coloană cu *n* componente $x_1, x_2, ..., x_n$, care reprezintă variabilele decizionale ale problemei

F(x) = vector coloană cu *r* componente $f_1(x), f_2(x), ..., f_r(x)$, care reprezintă funcțiile obiectiv prin care sunt exprimate criteriile de evaluare a variantelor decizionale; fiecare funcție obiectiv

$$f_h(x) = \sum_{j=1}^{n} c_{hj} x_j \text{, pentru } h = 1, ..., r$$

C = matricea coeficienților celor *r* funcții obiectiv, $c_{hj}$, pentru h = 1, ... , r, j = 1, ..., n

A = matricea coeficienților tehnologici, $a_{ij}$, pentru i = 1, ..., m, j = 1, ... , n

b = vector coloană cu *m* componente $b_1, b_2, ..., b_m$, care reprezintă termenii liberi din partea dreaptă a restricțiilor.

Mulțimea soluțiilor admisibile poate fi definită

$D = \{x \in R^n \mid Ax \le b, x \ge 0\}$.

Pentru construirea funcțiilor de apartenență cu relația (1) se poate aplica următoarea procedură:

*Pasul 1.* Se obțin limitele domeniului de variație pentru fiecare funcție obiectiv:

a) Se determină valorile maxime $f_h^{max}$, pentru h = 1, ..., r, prin rezolvarea problemelor de programare liniară cu o singură funcţie obiectiv de forma:

$$f_h^{max} = \max \sum_{j=1}^{n} c_{hj} x_j \text{, pentru } x \in D$$

b) Se determină valorile minime $f_h^{min}$, pentru h = 1, ..., r, prin rezolvarea problemelor de programare liniară cu o singură funcţie obiectiv de forma:

$$f_h^{min} = \min \sum_{j=1}^{n} c_{hj} x_j \text{, pentru } x \in D$$

*Pasul 2.* Valoarea fiecărei funcţii $f_h(x)$ variază liniar de la $f_h^{min}$ la $f_h^{max}$, astfel că aceasta poate fi considerată ca un număr fuzzy cu funcţia de apartenenţă $\mu_h(x)$ definită de relaţia (4):

$$\mu_h(x) = \begin{cases} 0 \text{ dacă } f_h(x) < f_h^{min} \\ \left( \dfrac{f_h(x) - f_h^{min}}{f_h^{max} - f_h^{min}} \right) \text{ dacă } f_h^{min} \le f_h(x) \le f_h^{max} \\ 1 \text{ dacă } f_h(x) > f_h^{max} \text{ pentru } h = 1, ..., r \end{cases} \quad (4)$$

*Pasul 3.* Se aplică principiului Bellman – Zadeh [2], pentru determinarea deciziei fuzzy care constă în găsirea vectorului *x* cu cel mai mare grad de apartenenţă la intersecţia mulţimilor vagi:

$$\max_{x \in D} \min \{\mu_1(x), \mu_2(x), ..., \mu_r(x)\} \quad (5)$$

**Probleme multicriteriale fuzzy**

Pentru problema de programare liniară cu mai multe funcţii obiectiv în care termenii liberi ai restricţiilor sunt definiţi imprecis se poate defini problema fuzzy cu mai multe funcţii obiectiv de forma:

$$\begin{gathered} \text{Maximum } F(x) = Cx \\ \text{cu restricţiile:} \quad (6) \\ Ax \le \tilde{b} \\ x \ge 0, \end{gathered}$$

unde $\tilde{b}$ este vectorul resurselor fuzzy $\tilde{b}_i \in [b_i, b_i + t_i]$, cu $t_i$ precizat de decident, i = 1, ..., m.

În acest caz, funcţiile obiectiv nu sunt formulate vag dar, ele devin fuzzy din cauza restricţiilor formulate vag. Pentru rezolvarea problemei (6), va fi necesar să se determine funcţiile de apartenenţă pentru toate funcţiile obiectiv şi funcţiile de apartenenţă pentru toate restricţiile fuzzy. În acest scop, se poate aplica următoarea procedură:

*Pasul 1.* Se obţin limitele domeniului de variaţie $[f_h^0, f_h^t]$, pentru fiecare funcţie obiectiv: $f_h(x)$, prin rezolvarea problemelor (7) şi (8) de programare liniară cu o singură funcţie obiectiv:

$$f_h^0 = \max \sum_{j=1}^{n} c_{hj} x_j \text{, cu restricţiile:} \quad (7)$$

$$\begin{gathered} Ax \le b \\ x \ge 0, \\ \text{pentru } h = 1, ..., r \end{gathered}$$

şi

$$f_h^t = \max \sum_{j=1}^{n} c_{hj} x_j \text{, cu restricţiile:} \quad (8)$$

$$\begin{gathered} Ax \le b + t \\ x \ge 0, \\ \text{pentru } h = 1, ..., r, \end{gathered}$$

unde t este vector coloană cu *m* componente $t_1, t_2, ..., t_m$ care reprezintă toleranţele precizate de decident pentru fiecare resursă. Fără a pierde din generalitate, se va considera că $0 \le t_i \le \infty$, pentru i = 1, ..., m.

*Pasul 2.* Se construiesc funcţiile de apartenenţă $\mu_h(x)$ pentru fiecare funcţie obiectiv $f_h(x)$, h = 1, ..., r şi funcţiile de apartenenţă $\mu_i(x)$ pentru fiecare restricţie fuzzy $g_i(x) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le \tilde{b}_i$, i = 1, ..., m.

Funcţiile de apartenenţă $\mu_h(x)$ asociate funcţiilor obiectiv $f_h(x)$, h = 1, ..., r, şi funcţiile de apartenenţă $\mu_i(x)$ asociate restricţiilor $g_i(x) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le \tilde{b}_i$, pentru i = 1, ..., m, se pot defini prin relaţiile (9) şi respectiv (10):

$$\mu_h(x) = \begin{cases} 1 \text{ dacă } f_h(x) > f_h^t \\ \left( \dfrac{f_h(x) - f_h^0}{f_h^t - f_h^0} \right) \text{ dacă } f_h^0 \le f_h(x) \le f_h^t \\ 0 \text{ dacă } f_h(x) < f_h^0 \end{cases} \quad (9)$$

pentru h = 1, ..., r

$$\mu_{r+i}(x)=\begin{cases}1 \text{ dacă } \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j < b_i\\ \left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i}{t_i}\right) \text{ dacă } b_i \le \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i + t_i\\ 0 \text{ dacă } \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j > b_i + t_i\end{cases} \quad (10)$$

pentru i = 1, ..., m

*Pasul 3.* Găsirea vectorului *x* cu cel mai mare grad de apartenenţă la intersecţia mulţimilor vagi:

$$\max_{x\ge 0} \min \{\mu_1(x),\ \mu_2(x),\ ...,\ \mu_r(x),\ \mu_{r+1}(x),\ \mu_{r+2}(x),\ ...,\ \mu_{r+m}(x)\}. \quad (11)$$

Rezolvarea problemelor (5) sau (11) se poate face prin mai multe metode. Pentru a folosi instrumentele existente pentru rezolvarea problemelor de programare liniară, în această lucrare sunt prezentate metode care transformă problema multicriterială fuzzy într-o problemă de programare liniară:

- maximizarea celui mai mic grad de satisfacere simultană a tuturor funcţiilor de apartenenţă;
- maximizarea mediei valorilor funcţiilor de apartenenţă;
- metoda celor două faze pentru determinarea unei soluţii fuzzy – eficiente;
- metoda interactivă bazată pe preferinţa decidentului.

**Maximizarea celui mai mic grad de satisfacere simultană a tuturor funcţiilor de apartenenţă**

Problema (11) este echivalentă, [15, 19], cu problema:

max $\alpha$

cu restricţiile:

$\alpha \le \mu_h(x) \le 1$, pentru orice h = 1, ..., r

$\alpha \le \mu_{r+i}(x) \le 1$, pentru orice i = 1, ..., m (12)

$\alpha \in [0, 1]$, $x \ge 0$

Valoarea optimă $\alpha^*$ reprezintă limita inferioară a valorilor celor (r+m) funcţii de apartenenţă a soluţiei x* la mulţimile fuzzy asociate funcţiilor obiectiv şi restricţiilor. Aceste informaţii pot fi importante pentru decident, dar soluţia este necompensatorie. Metoda bazată pe media valorilor funcţiilor asigură o compensare totală între diferite grade de apartenenţă.

**Maximizarea mediei valorilor funcţiilor de apartenenţă**

Se presupune că funcţiile de apartenenţă pentru funcţiile obiectiv şi pentru restricţii au aceeaşi importanţă pentru decident. Problema multicriterială fuzzy poate fi rezolvată astfel:

$$\max \left(\frac{1}{r+m}\sum_{k=1}^{r+m}\alpha_k\right) \text{ cu restricţiile:}$$

$\alpha_h \le \mu_h(x) \le 1$, pentru orice h = 1, ..., r

$\alpha_{r+i} \le \mu_{r+i}(x) \le 1$, pentru orice i = 1, ..., m (13)

$\alpha_k \in [0, 1]$, pentru orice k = 1, ..., r+m, $x \ge 0$

În [19], se arată că cele două metode nu garantează că soluţia x* este eficientă.

Se consideră că x* este o soluţie fuzzy – eficientă pentru problema multicriterială fuzzy, dacă nu există nici un vector $x \in D$, astfel încât $\mu_k(x^*) \le \mu_k(x)$, pentru orice k = 1, ..., r+m şi $\mu_s(x^*) \le \mu_s(x)$, pentru cel puţin un indice s.

Se demonstrează, [9], că o soluţie eficientă poate fi obţinută prin metoda celor două faze.

**Metoda celor două faze pentru determinarea unei soluţii fuzzy – eficiente**

Această metodă realizează o combinaţie între cele două metode prezentate.

*Faza I* constă în determinarea valorii $\alpha^*$ prin rezolvarea problemei:

max $\alpha$

cu restricţiile:

$\alpha \le \mu_h(x) \le 1$, pentru orice h = 1, ..., r

$\alpha \le \mu_{r+i}(x) \le 1$, pentru orice i = 1, ..., m (14)

$\alpha \in [0, 1]$, $x \ge 0$

*Faza II* constă în determinarea soluţiei x* fuzzy – eficiente prin rezolvarea problemei:

$$\max \frac{1}{r+m}\sum_{k=1}^{r+m}\alpha_k \text{ cu restricţiile:}$$

$\alpha_h \le \mu_h(x) \le 1$, pentru orice h = 1, ..., r

$\alpha_{r+i} \le \mu_{r+i}(x) \le 1$, pentru orice i = 1, ..., m (15)

$\alpha_k \in [\alpha^*, 1]$, pentru orice k = 1, ..., r+m, $x \ge 0$,

unde $\alpha^* \ge 0$ este obţinut în faza 1. Valoarea optimă a mediei valorilor $\alpha_k$ este evident mai mare sau egală cu $\alpha^*$.

**Metoda interactivă bazată pe preferinţa decidentului**

În [23] Zimmermann şi Zysno au arătat că în lumea reală, cele mai multe decizii nu sunt nici ne-compensatorii nici compensate în întregime. Pentru a oferi o soluţie de compromis între soluţia ne-compensatorie şi soluţia complet compensată, în [19] se propune o metodă în care după obţinerea valorii $\alpha^*$, se rezolvă următoarea problemă:

$$\max \left(\frac{1}{r+m}\sum_{k=1}^{r+m}\alpha_k\right), \text{ cu restricţiile:}$$

$\alpha_h \le \mu_h(x) \le 1$, pentru orice h = 1, ..., r

$\alpha_{r+i} \le \mu_{r+i}(x) \le 1$, pentru orice i = 1, ..., m (16)

$\alpha_k \in [\alpha', 1]$, pentru orice k = 1, ..., r+m, $x \ge 0$,

unde $\alpha' \in [0, \alpha^*]$ este ales de decident pe baza preferinţelor sale.

În [19] se demonstrează că acest model garantează obţinerea unei soluţii fuzzy – eficiente. În plus se demonstrează că această proprietate se menţine şi cazul rezolvării unui model cu un număr mai mic de variabile şi de restricţii:

$\max\left(\frac{1}{r+m}\sum_{k=1}^{r+m}\mu_k(x)\right)$, cu restricţiile:

$\alpha' \le \mu_h(x) \le 1$, pentru orice h = 1, ..., r

$\alpha' \le \mu_{r+i}(x) \le 1$, pentru orice i = 1, ..., m (17)

$x \ge 0$,

unde $\alpha' \in [0, \alpha^*]$ este ales de decident pe baza preferinţelor sale.

**Concluzii**

Abordarea fuzzy poate fi foarte utilă în procesele decizionale care se bazează pe date imprecise şi pe raţionamente subiective. În această lucrare s-a analizat cazul în care atât funcţiile obiectiv, cât şi restricţiile sunt reprezentate prin funcţii liniare de apartenenţă. Printr-o procedură adecvată, decidentul ar putea să modifice valorile lui α în intervalul [0, 1] şi apoi să observe posibilitatea obţinerii valorilor optime ale producţiei şi ale profitului. Metoda permite atât obţinerea celui mai înalt grad de apartenenţă pentru obiective, cât şi o mai bună utilizare a fiecărei resurse limitate.

***Prof. univ. dr. Florica LUBAN***

**Bibliografie**


1. ANDREICA, M., STOICA, M., LUBAN, F. — *Metode cantitative în management*. Bucureşti, Editura Economică, 1998
2. BELLMAN, R.E., ZADEH, L.A. — *Decision – making in a fuzzy environment*. In „Management Science” 17, 1970, pag. 141 – 166
3. CHARNES, A., COOPER, W. — *Management models and industrial models and industrial application of linear programming,* , New York, Wiley1961
4. CHEN, H. K., CHOU, H. W. — *Solving multiobjective linear programming problems – a generic approach*. In „Fuzzy Sets and Systems”, 82, 1996, pag. 35-38
5. DUMITRU V., LUBAN F. — *Some results in solving optimal decision problems under uncertainty and fuzziness*. In „Fuzzy Systems and Expert Systems in Decision Making”, J. Gil Aluja, Al.P.Tacu, H.N. Teodorescu Eds. Bucureşti, Editura EXPERT, 1995, pag. 48 – 84
6. DUMITRU V., LUBAN F. — *On some optimization problems under uncertainty*, In „Fuzzy Sets and Systems”, 18, 1986, pag 257-272
7. FISHBURN, P.C. — *Utility theory for decision - making*. New York, Wiley, 1970
8. FRENCH, S., ZHIGANG, X. — *A perspective on recent developments in utility theory*. In “Decision Theory and Decision Analysis. Trends and Challenges”. Kluwer Academic Publishers, 1994, pag. 16 – 29
9. GUU, S. M., WU, Y. K. — *Weighted coefficients in two-phase approach for solving the multiple objective programming problems*, In „Fuzzy Sets and Systems” 85, 1997, pag 45-48
10. KEENEY, R.L., RAIFFA, H. — *Decision with multiple objectives: preference and value tradeoffs*, New York, John Wiley & Sons, 1976
11. LAI, Y. J., HWANG, C.L. — *Fuzzy multiple objective decision making: metods and applications*, Berlin, Springer - Verlag, 1994
12. LAI, Y. J., HWANG, C.L. — *Fuzzy mathematical programming*, New York, Springer, 1992
13. LEE, E. S., LI, R. J. — *Fuzzy multiple objective programming and compromise programming with Pareto optimum*, In „Fuzzy Sets and Systems”, 53, 1993, pag. 275-288
14. LUHANDJULA, M.K. — *Compensatory operator in fuzzy linear programming with multiple objective*, In „Fuzzy Sets and Systems”, 8, 1982, pag. 245-252
15. NEGOIŢĂ, C.V., SULARIA, M. — *On fuzzy programming and tolerances in planning*. In Econ. Comp. And Econ. Cybern. Studies and Res., no. 1, 1976, pp. 3 – 15, 1976
16. VON NEUMANN, J., MORGENSTERN, O. — *Theory of games and economics behavior*. New York, Princeton Univ. Press, Princeton 1947
17. OSYCZKA, A. — *Multicriterion optimization in engineering*, Ellis Horward Limited, Chichester, 1984
18. RAŢIU-SUCIU, C., LUBAN F., HÎNCU, D., ENE, N. — *Modelare economică aplicată. Studii de caz. Teste*. Bucureşti, Editura Economică, 2002
19. WU, Y.K., GUU, S.M. — *A compromise model for solving fuzzy multiple objective problems*. In „Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers. Vol. 18, No. 5, 2001, pag. 87 - 93
20. ZADEH, L. A. — *Fuzzy sets*, In „Information and Control” 8 ,1965, pag 338 – 353

21. ZELENY, M. *Multiple Criteria Decision Making*. New York, McGraw-Hill Book Company, 1982

22. ZIMMERMANN, H. J. *Fuzzy programming and linear programming with several objective functions.* In „Fuzzy Sets and Systems”, 1, 1978, pag. 45 – 55

23. ZIMMERMANN, H. J. Zysno, P., *Latent connectives in human decision making.* In „Fuzzy Sets and Systems”, 4, 1980, pag. 37 – 51

24. ZIMMERMANN, H. J. *Fuzzy mathematical*. In „Computer and Operations Research”, 10(4), 1983, pag. 45 – 55

25. ZIMMERMANN, H. J. *Fuzzy Set Theory and its Applications*. Boston, Dordrecht, 1985